COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 JUILLET 1882.

PRÉSIDENCE DE M. É. BLANCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le Tome XCIII des *Comptes rendus* (2e semestre 1881) est en distribution au Secrétariat.

RAPPORTS.

MÉCANIQUE. — *Rapport sur un Mémoire de M.* Ph. Gilbert, *sur divers problèmes de mouvement relatif.*

(Commissaires : MM. d'Abbadie, Resal, Yvon Villarceau; C. Jordan rapporteur.)

« Le Mémoire de M. Gilbert a pour objet l'étude du mouvement des appareils gyroscopiques, et pour point de départ un théorème donné par Bour pour étendre aux mouvements relatifs les formules célèbres de Lagrange. L'auteur retrouve cette proposition par une voie nouvelle et très simple. Une interprétation géométrique élégante des divers termes qui figurent dans cette formule lui permet ensuite d'obtenir, par de simples différentiations et presque sans calcul, les équations différentielles des mouvements

qu'il étudie. Chacune d'elles est ensuite discutée d'une manière approfondie. Après avoir déterminé dans chaque cas les diverses positions d'équilibre qui peuvent se présenter, et les conditions de stabilité, M. Gilbert procède à l'intégration des équations différentielles, et réussit souvent à l'effectuer complètement.

» Les appareils gyroscopiques, et particulièrement celui de Foucault, ont déjà été l'objet de nombreux travaux, parmi lesquels on doit citer particulièrement ceux de MM. Lamarle, Quet, Resal, Yvon Villarceau, Lottner et Bour [1]. Les équations différentielles du mouvement, obtenues par ces divers auteurs, ne sont pas absolument identiques, les uns ayant tenu compte de la variation de la force centrifuge due à la rotation terrestre, dans l'étendue du corps à étudier, tandis que les autres ont négligé cette variation, dont l'influence sur les phénomènes est tout à fait insensible.

» Les formules de M. Gilbert lui fournissent, par une voie simple et directe, les équations du mouvement dans l'un et l'autre cas. Il montre ensuite que non seulement les termes provenant de la variation de la force centrifuge sont d'un ordre de grandeur négligeable, mais que leur rétablissement ne modifierait pas essentiellement la forme des équations au point de vue de leur intégration. Elle n'aurait pour effet que de compliquer légèrement les calculs nécessaires pour ramener à la forme canonique les intégrales elliptiques qui figurent dans la solution.

» Les appareils analysés par M. Gilbert peuvent se ramener à trois types : 1° le gyroscope de Foucault ; 2° le tore-pendule et le barogyroscope ; 3° la toupie.

» I. Le gyroscope est trop connu pour qu'il soit besoin de le décrire. Il offre ce caractère particulier que, le centre de gravité étant relativement fixe, la pesanteur n'a aucune influence sur le mouvement du système.

» Comme introduction à l'étude de cet appareil, M. Gilbert donne une solution complète et fort élégante du problème suivant :

» *Déterminer le mouvement relatif d'un point pesant mobile sur un cercle vertical qui tourne uniformément autour de son diamètre vertical.*

» Voici les principaux résultats de son analyse.

» Si la vitesse d'entraînement est faible, il n'y aura que deux positions d'équilibre, situées sur l'axe de rotation. Pour une vitesse plus grande, on

---

(1) M. Gilbert a donné une analyse détaillée de ces divers Mémoires dans une *Étude historique et critique sur le problème de la rotation d'un corps solide*, publiée en 1878.

aura quatre positions d'équilibre, dont deux situées en dehors de la verticale, correspondant à l'équilibre stable.

» Si l'on suppose qu'à l'instant initial, la vitesse relative étant nulle, le point mobile ne soit pas dans une des positions d'équilibre déterminées ci-dessus, il exécutera autour de la position d'équilibre stable la plus voisine une série d'oscillations périodiques, dont la loi s'exprime explicitement par les fonctions elliptiques.

» Pour une faible vitesse d'entraînement, le mobile oscillera donc autour de la verticale. Pour de grandes vitesses, au contraire, il restera constamment du même côté de la verticale. Entre ces deux hypothèses extrêmes se trouve un cas de transition, où le mobile se rapproche indéfiniment de la verticale, sans jamais l'atteindre.

» Ces préliminaires posés, M. Gilbert établit les équations du mouvement du gyroscope, en supposant que les deux anneaux aient une vitesse initiale nulle et que l'anneau extérieur soit assujetti à tourner autour d'un de ses diamètres, situé dans le plan méridien.

» Il trouve tout d'abord que l'équilibre a lieu :

» 1° Si l'axe du tore est parallèle à l'axe du monde ;

» 2° Si l'anneau extérieur a, par rapport au méridien, une vitesse de rotation égale et contraire à celle de ce méridien lui-même.

» 3° Si la vitesse de rotation du tore a une valeur convenable.

» M. Gilbert s'occupe ensuite de l'intégration des équations différentielles ; il montre qu'elle peut s'effectuer par les fonctions elliptiques dans les trois cas suivants :

» 1° Si l'anneau extérieur du gyroscope est invariablement fixé au plan du méridien ;

» 2° S'il est invariablement fixé à l'anneau intérieur ;

» 3° Si l'axe de rotation de l'anneau extérieur est dirigé suivant l'axe du monde, pourvu qu'on néglige, en outre, la masse des anneaux [1].

» Dans chacun de ces trois cas, l'un des angles variables dont dépend la position du gyroscope est déterminé par une équation différentielle identique à celle dont dépend le mouvement d'un point pesant sur un cercle tournant autour d'un diamètre vertical. Cet angle subira donc des oscillations périodiques, dont la loi s'exprime par des fonctions elliptiques du temps.

---

[1] Ces divers cas d'intégrabilité étaient déjà connus. Dès l'année 1855, M. Yvon Villarceau avait traité le premier d'entre eux et l'avait ramené aux intégrales elliptiques.

» Les autres angles sont donnés par des quadratures, portant sur une fonction rationnelle d'un sinus d'amplitude. Leur expression définitive, calculée par M. Gilbert, se compose d'une fonction linéaire du temps, et d'un terme périodique, où figurent les transcendantes θ.

» II. Le tore-pendule est formé d'une tige verticale, terminée par une chape, laquelle porte un tore mobile dont l'axe est perpendiculaire à la tige. Tout l'appareil peut osciller autour d'une horizontale perpendiculaire à l'axe du tore.

» M. Gilbert montre que l'inclinaison de la tige du pendule est représentée par une fonction elliptique du temps. L'équation différentielle dont elle dépend se ramène d'ailleurs aisément à celle qui régit les oscillations d'un point pesant sur un cercle vertical tournant autour d'une verticale située dans son plan. Quant au mouvement de rotation du tore, il est encore uniforme, sauf une inégalité périodique.

» L'étude des positions d'équilibre du pendule présente un intérêt particulier. L'auteur les ramène à la construction du problème géométrique suivant : « Par un point donné, mener une droite telle que le segment intercepté sur elle par deux droites rectangulaires ait une longueur donnée. » Cette question comporte, suivant les cas, deux ou quatre solutions. En général, ces positions d'équilibre diffèrent de la verticale. On conçoit donc que cet appareil puisse donner la preuve expérimentale de la rotation terrestre. Toutefois la déviation qu'indique le calcul est trop faible pour être observable.

» M. Gilbert s'est donc proposé de modifier l'appareil de manière à le rendre plus sensible. Le dispositif auquel il s'est arrêté, et auquel il a donné le nom de *barogyroscope*, est le suivant :

» Une chape en acier est supportée par deux couteaux placés aux extrémités de son diamètre horizontal. Elle porte à son intérieur un tore ayant pour axe un second diamètre perpendiculaire au premier. Cet axe se prolonge par une tige mince, terminée par une aiguille, et le long de laquelle on peut faire monter ou descendre un curseur.

» L'appareil doit être réglé de telle sorte que dans l'état de repos l'axe du tore soit vertical, et que le centre de gravité du système se trouve sur cet axe, un peu au-dessous de la ligne des couteaux. On remplira aisément cette dernière condition par le déplacement du curseur.

» Supposons que l'appareil ainsi réglé soit placé de telle sorte que le plan d'oscillation de l'aiguille soit confondu avec le méridien, et imprimons au tore un mouvement de rotation rapide, de gauche à droite par

rapport à la zénithale. L'aiguille déviera aussitôt vers le nord, et exécutera une série d'oscillations autour d'une position d'équilibre nettement distincte de la verticale.

» Si le tore tournait de droite à gauche, on observerait une déviation vers le sud, un peu moins forte que la précédente.

» Enfin, si l'on tourne l'appareil de manière à faire varier l'azimut du plan d'oscillation de l'aiguille, on verra les effets s'atténuer à mesure que ce plan s'écarte du méridien; et lorsqu'il sera venu dans le premier vertical, on ne constatera plus aucune déviation.

» Ces diverses conséquences de la théorie ont été confirmées de la manière la plus nette par les expériences que M. Gilbert a exécutées sous mes yeux.

» Ce nouvel appareil peut donc remplacer le gyroscope de Foucault pour la démonstration expérimentale de la rotation terrestre. Il a d'ailleurs, sur ce dernier, l'avantage d'être beaucoup plus facile à construire, car on n'est plus astreint à cette condition, presque irréalisable, de faire coïncider exactement le centre de gravité de l'appareil avec son centre de figure.

» III. M. Gilbert termine son Mémoire en établissant les équations différentielles du mouvement d'une toupie, en tenant compte de la gravité et de la rotation terrestre. Ces équations sont trop compliquées pour qu'on puisse espérer les intégrer : l'auteur a dû se borner à en déduire les conditions d'équilibre. Il arrive au résultat suivant, déjà soupçonné par Foucault.

» Pour que l'axe de la toupie soit en équilibre relatif, il faut qu'il soit situé dans le plan méridien et fasse avec la zénithale un très petit angle, vers le nord si la toupie tourne de gauche à droite, vers le sud dans le cas contraire.

» Le Mémoire dont nous venons de présenter les résultats principaux est un travail considérable. Il se recommande d'une manière particulière par sa clarté, par la simplicité inattendue des méthodes employées pour aborder des problèmes justement considérés comme difficiles, par le soin minutieux apporté au développement et à la discussion des solutions. La réunion de ces qualités fera lire avec intérêt la partie de ce Mémoire consacrée à la théorie, si souvent traitée, du gyroscope de Foucault. Les géomètres y trouveront en outre des formules utiles et intéressantes sur les fonctions elliptiques.

» Toutefois, la partie la plus neuve et la plus originale du Mémoire

nous paraît être celle qui se rapporte aux systèmes moins connus, tels que le tore-pendule et le barogyroscope, où la pesanteur intervient dans les phénomènes. Le dernier de ces appareils, dont la conception et la théorie appartiennent en entier à l'auteur, mérite assurément de devenir classique.

» Nous avons l'honneur de proposer à l'Académie l'insertion de l'excellent travail de M. Gilbert dans le *Recueil des Mémoires des Savants étrangers.* »

Les conclusions de ce Rapport sont mises aux voix et adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. A. Huet adresse, de Delft, un Mémoire intitulé : « Théorie nouvelle de la navigation aérienne ».

(Renvoi à la Commission du prix Penaud.)

M. Debray est adjoint à la Commission nommée pour juger le concours du prix Dalmont.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Divers volumes des « Annales du Bureau central météorologique », savoir : Année 1877 (pluies en France); Année 1878 (Tome II); Année 1879 (Tomes II et III); Année 1880 (Tomes I, III et IV); ainsi que le « Rapport du Comité météorologique international; réunion de Berne, 1880 »;

2° Deux brochures publiées par la Société française d'Hygiène, et portant pour titres : « Hygiène et éducation de la première enfance », et « Hygiène et éducation physique de la deuxième enfance ».

M. Ch. Trépied se met à la disposition de l'Académie, pour l'étude de l'éclipse totale de Soleil qui aura lieu en mai 1883.

M. L.-C. de Hoben prie l'Académie de le considérer comme candidat à une place de Correspondant, pour la Section de Géographie et Navigation.

(Renvoi à la Section.)

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur un point de la théorie des perturbations.* Note de M. R. RADAU, présentée par M. Tisserand.

« Afin d'éviter la variation des constantes, on a imaginé de comparer l'orbite actuelle d'une planète à une certaine orbite fondamentale dont les éléments sont des constantes absolues. Soient r, v le rayon vecteur et la longitude dans l'orbite actuelle; r_0, v_0 le rayon vecteur et la longitude dans l'orbite fondamentale; soit encore t_0 une fonction du temps t, et posons

$$r = r_0(1+\rho),\quad v = v_0 + \varpi,\quad t_0 = t + \tau,\quad r^2\frac{dv}{dt} = f,\quad r_0^2\frac{dv_0}{dt_0} = f_0.$$

» Nous aurons, pour l'orbite actuelle, en désignant par M une constante,

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial\Omega}{\partial v},\quad \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{f^2}{r^3} + \frac{M}{r^2} = \frac{\partial\Omega}{\partial r},$$

et pour l'orbite fondamentale,

$$\frac{df_0}{dt_0} = F_1,\quad \frac{d^2 r_0}{dt_0^2} - \frac{f_0^2}{r_0^3} + \frac{M}{r_0^2} = F_2.$$

» On prend d'ordinaire $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, par conséquent $f_0 = \text{const.}$, de sorte que l'orbite fondamentale est une ellipse keplérienne $\left(\text{elle le serait encore si l'on prenait } F_2 = \frac{\mu}{r_0^2}\right)$; en posant $f_0^2 = Mp$, et confondant ici v_0 avec l'anomalie, on a

$$\frac{p}{r_0} = 1 + e\cos v_0.$$

» Il faut maintenant faire une hypothèse par laquelle se détermine la fonction t_0. Hansen prend

$$\varpi = 0,\quad v = v_0,\quad \text{d'où}\quad \frac{dt_0}{dt} = \frac{f}{f_0}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2.$$

On trouve alors

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{f}{f_0}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1,\quad r_0^2\frac{d^2\rho}{dt^2} = r_0\frac{d^2 r}{dt^2} - r\frac{d^2 r_0}{dt_0^2}\left(\frac{dt_0}{dt}\right)^2 - \frac{r_0^2}{rf_0}\frac{dr_0}{dt_0}\frac{df}{dt},$$

ou bien

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} + \frac{M\rho}{r^3} = \frac{M}{r^3}\left(\frac{f^2}{f_0^2} - 1\right) + \frac{1}{r_0}\frac{\partial\Omega}{\partial r} - \frac{e\sin v_0}{pr}\frac{\partial\Omega}{\partial v},$$

et ces équations servent à déterminer f, τ, ρ par des quadratures.

» M. Gyldén prend $\frac{dt_0}{dt} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$, d'où $\frac{dt}{r^2} = \frac{dt_0}{r_0^2} = \frac{dv}{f} = \frac{dv_0}{f_0}$. On a, dans ce cas, si l'orbite fondamentale est une ellipse,

$$\frac{d\tau}{dt} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1, \quad \frac{d\varpi}{dv_0} = \frac{f}{f_0} - 1, \quad \frac{d^2\varpi}{dv_0^2} = \frac{r^2}{f_0^2}\frac{\partial\Omega}{\partial v},$$

et, en posant $\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} = \frac{\rho}{r} = \psi$,

$$f_0^2 \frac{d^2\psi}{dv_0^2} = r^2 \frac{d^2 r}{dt^2} - r_0^2 \frac{d^2 r_0}{dt_0^2},$$

ou bien

$$r_0\left(\frac{d^2\rho}{dt^2} + \frac{M\rho}{r^3}\right) = \frac{f_0^2}{r^2}\left(\frac{d^2\psi}{dv_0^2} + \psi\right) = \frac{f^2 - f_0^2}{r^3} + \frac{\partial\Omega}{\partial r}.$$

On a ainsi le moyen de déterminer f, ϖ, τ et ρ ou ψ.

» J'ai indiqué il y a quelque temps [1] une autre méthode, qui consiste à faire $t = t_0$. Dans ce cas,

$$\frac{d\varpi}{dv_0} = \frac{f}{f_0}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1, \quad \frac{f_0^2}{r_0^2}\frac{d^2\rho}{dv_0^2} = r_0\frac{d^2 r}{dt^2} - r\frac{d^2 r_0}{dt^2},$$

et, en posant $r - r_0 = r_0\rho = \varphi$,

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{M}{r_0^3}\varphi = \frac{f_0^2}{r_0^3}\left(\frac{d^2\rho}{dv_0^2} + \rho\right) = \frac{f^2 - f_0^2}{r^3} + \frac{\partial\Omega}{\partial r} + M(r-p)\left(\frac{1}{r_0^3} - \frac{1}{r^3}\right).$$

Il s'agit donc ici de déterminer f, ϖ et ρ ou φ.

» L'orbite fondamentale cesse d'être une ellipse si, tout en prenant $F_1 = 0$, on fait, avec M. Gyldén, $F_2 = \mu r_0$, ou bien $F_2 = -\frac{\mu}{r_0^4}$, afin de reproduire approximativement un terme de $\frac{d\Omega}{dr}$. Pour intégrer l'équation de l'orbite, il faut alors recourir aux fonctions elliptiques, et M. Gyldén a résolu le problème de la manière la plus ingénieuse. Mais, comme l'a déjà remarqué M. Thiele, on aurait l'équivalent des termes en question en faisant $F_2 = \frac{\mu}{r_0^3}$ et en déterminant autrement le coefficient μ; l'orbite serait alors simplement une ellipse transformée : elle se déduirait d'une ellipse dont l'anomalie vraie serait w et le paramètre $p_1 = p + \frac{\mu}{M}$, en posant

[1] *Bulletin des Sciences mathématiques*, juillet 1881.

$v_0 = w\sqrt{\frac{p}{p_1}}$. Il y aurait là quelque chose d'analogue au mouvement du périhélie.

» On pourrait encore prendre $F_1 = 0$, $F_2 = \mu \frac{1 + 3\cos(\lambda v_0 + c)}{r_0^2}$, en représentant approximativement par $\lambda v_0 + c$ le double de l'angle formé par les rayons vecteurs de la planète et du corps troublant. Posant alors $f_0^2 = (M - \mu)p$, l'équation de l'orbite deviendrait

$$\frac{d^2\left(\frac{p}{r_0}\right)}{dv_0^2} + \frac{p}{r_0} = 1 - \frac{3\mu}{M - \mu}\cos(\lambda v_0 + c),$$

et l'on trouverait

$$\frac{p}{r_0} = 1 + e\cos v_0 + \frac{3\mu}{M - \mu}\frac{\cos(\lambda v_0 + c)}{\lambda^2 - 1}.$$

L'expression de $\frac{d^2\rho}{dv_0^2}$ contiendrait alors $\left(\frac{\partial\Omega}{\partial r} - \frac{r}{r_0}F_2\right)$ à la place de $\frac{\partial\Omega}{\partial r}$.

» On se rapprocherait du cas de l'ellipse transformée, et l'on trouverait r_0 en fonction de la variable $w = v_0\sqrt{\frac{p_1}{p}}$, en posant $F_2 = \frac{\mu}{r_0^3} + \frac{3\mu_1\cos(\lambda w + c)}{r_0^2}$.

» Au lieu de considérer f_0 comme une constante, on pourrait aussi faire $f_0 = \sqrt{Mp}\cdot\frac{dv_0}{dw}$, en définissant w par la relation $r_0^2\frac{dw}{dt_0} = \sqrt{Mp}$, puis

$$F_1 = -\frac{3\mu\sin(\lambda w + c)}{r_0^2}, \quad F_2 = \mu\frac{1 + 3\cos(\lambda w + c)}{r_0^3}.$$

On trouverait alors

$$v_0 = w + \frac{3k}{\lambda^2}\sin(\lambda w + c), \quad k = \frac{\mu}{Mp},$$

et r_0 serait donné par l'équation

$$\frac{d^2\left(\frac{p}{r_0}\right)}{dw^2} + \frac{p}{r_0}\left\{\left[1 + \frac{3k}{\lambda}\cos(\lambda w + c)\right]^2 + k + 3k\cos(\lambda w + c)\right\} = 1. \text{ »}$$

ASTRONOMIE. — *Observations astronomiques sans mesures d'angles* [1]. Note de M. **Ch. Rouget**, présentée par M. F. Perrier.

I. Perfectionnement des formules qui utilisent les trajectoires combinées. — II. Doubles solutions d'une même trajectoire. — III. Théorie des observations circumzénithales : son application a la détermination de la longitude par l'heure du passage de la Lune dans le vertical d'une étoile passant près du zénith.

« Les trajectoires ou grands cercles de vision simultanée de deux astres dans le même azimut, dans des azimuts différant de 180°, ou de même hauteur au-dessus de l'horizon, ont été définies : par l'angle A qu'elles font avec l'équateur, et par l'ascension droite $\theta\varepsilon$ de leur nœud ou point d'intersection le plus voisin avec l'équateur : elles sont toujours verticales.

» Si l'on observe au lieu z, dont la latitude est l et le temps sidéral $\theta\varepsilon$, deux phénomènes de ce genre à un intervalle de temps sidéral K, on a, en conservant à l'angle A sa généralité, à partir de la direction ouest de l'équateur, les deux équations

$$\tan l = \sin(\theta\varepsilon_1 - \theta l_1)\tan A_1, \tag{1}$$
$$\tan l = \sin(\theta\varepsilon_2 - \theta l_2)\tan A_2. \tag{2}$$

» Convenons de poser

$$\theta\varepsilon_2 + \theta\varepsilon_1 = \Sigma,$$
$$\theta\varepsilon_2 - \theta\varepsilon_1 = \lambda,$$
$$\theta l_2 + \theta l_1 = S,$$
$$\theta l_2 - \theta l_1 = K,$$

quantités connues au moyen des formules précédemment données.

» On tire facilement de ces formules l'équation

$$\tan\left(\tfrac{1}{2}\Sigma - \tfrac{1}{2}S\right) = \frac{\sin(A_1 + A_2)}{\sin(A_1 - A_2)}\tan\left(\tfrac{1}{2}\lambda - \tfrac{1}{2}K\right). \tag{3}$$

» Or on a

$$\tfrac{1}{2}S + \tfrac{1}{2}K = \theta l_2, \quad \tfrac{1}{2}S - \tfrac{1}{2}K = \theta l_1.$$

» Donc la formule (3), donnant la valeur de S, fait connaître le temps sidéral, sans que l'on ait besoin de connaître la latitude.

[1] Suite aux Mémoires des 3 et 10 janvier 1881.

» Si l'on multiplie les formules (1) et (2) l'une par l'autre et que l'on appelle φ l'angle $(\frac{1}{2}\Sigma - \frac{1}{2}S)$, on arrive facilement à l'équation

$$(4) \qquad \tang l = \frac{2\sin\frac{1}{2}(\lambda - K)\sin A_1 \sin A_2 \cos\varphi}{\sin(A_1 - A_2)} = \frac{2\cos\frac{1}{2}(\lambda - K)\sin A_1 \sin A_2 \sin\varphi}{\sin(A_1 + A_2)},$$

qui donne la latitude sans passer explicitement par le temps sidéral.

» II. Les nœuds d'une trajectoire sont à l'équateur distants de douze heures : donc il en sera de même des époques de verticalité; donc les doubles solutions seront séparées par un intervalle de douze heures, ce qui est impossible à la latitude zéro.

» A la latitude égale à l'angle A, la trajectoire ne coupe plus le parallèle en deux points, elle ne fait que le toucher : il n'y a qu'une solution possible, et aucune pour les latitudes supérieures. Entre le parallèle $l = A$ et l'équateur, il y a deux intersections, et il peut y avoir deux solutions du même phénomène, si les astres sont sur l'horizon.

» En faisant une figure, on voit de suite, à cause de la symétrie autour du méridien qui passe par le point de contact du parallèle $l = A$, que, en appelant K l'intervalle qui sépare les deux époques où le phénomène est visible, on a sur un parallèle intermédiaire quelconque

$$\tfrac{1}{2}K = 90^\circ - (\theta l_1 - \theta\varepsilon_1) \quad \text{et} \quad \tfrac{1}{2}K = 90^\circ - (\theta\varepsilon_2 - \theta l_2)$$

d'où

$$K = 12^h - 2(\theta l_1 - \theta\varepsilon_1) \quad \text{et} \quad K = 12^h - 2(\theta\varepsilon_2 - \theta l_1).$$

Donc les formules deviennent

$$(4) \qquad \tang l = \cos\tfrac{1}{2}K \tang A,$$

$$(5) \qquad \tang(\theta l_1 - \theta\varepsilon_1) = \cot\tfrac{1}{2}K.$$

Elles donnent la latitude et le temps sidéral très simplement.

» III. Si l'on considère une étoile passant assez près du zénith, lors de son passage au méridien, et que l'on appelle α' et D' ses coordonnées, en supposant $D' < l$ et $\alpha' < \theta l$, la formule des azimuts peut s'écrire

$$\tang A_z l = \frac{2\cos D' \tang\frac{1}{2}(\theta l - \alpha')}{\sin(l - D') - \sin(l + D')\tang^2\frac{1}{2}(\theta l - \alpha')};$$

au passage au méridien $\theta l = \alpha'$ et $\tang A_z l = 0$ pour

$$\tang^2\tfrac{1}{2}(\theta l - \alpha') = \frac{\sin(l - D')}{\sin(l + D')}, \qquad \tang A_z l = \infty.$$

» Donc, si D′ diffère peu de l, l'azimut croîtra très rapidement de 0° à 90°

» Si $D' > l$ et $\alpha' > \theta l \varepsilon$, on peut prendre la formule ordinaire des azimuts

$$\operatorname{tang} A_z l = \frac{\sin(\alpha' - \theta l)}{\operatorname{tang} D' \cos l - \sin l \cos(\alpha' - A l)}.$$

» Alors l'azimut ne peut plus atteindre 90°, car on aurait

$$\cos(\alpha' - \theta l) = \frac{\operatorname{tang} D'}{\operatorname{tang} l},$$

quantité plus grande que l'unité, par hypothèse, ce qui est impossible.

» Le maximum indiqué par la dérivée, aussi bien que par la considération géométrique de la position du plan azimutal quand il est tangent au parallèle de l'étoile, est $\operatorname{tang} A_2 = \frac{\cos D'}{\sqrt{\sin(D' + l \sin)(D' - l)}}$, correspondant à $\cos(\alpha' - \theta l) = \frac{\operatorname{tang} l}{\operatorname{tang} D'}$.

» Je propose de prendre cette trajectoire pour une étoile $\varepsilon'(\alpha', D')$ dont la déclinaison excède peu l. Elle marche très rapidement autour du zénith comme pivot, et en *sens inverse* du mouvement diurne. Si l'on prend un autre astre dont la déclinaison D soit inférieure à l, sa trajectoire marche *comme le mouvement diurne;* les deux trajectoires vont donc *au-devant l'une de l'autre,* et *leurs vitesses s'ajoutent.*

» Donc, si l'on prend la Lune pour un des deux astres, la trajectoire de l'étoile mue par son *mouvement relatif* passera sur la Lune avec une grande rapidité, surtout si on les prend l'une et l'autre *près du méridien,* et de *part et d'autre de celui-ci.*

» Prenons pour exemple, le 28 juin 1882, l'étoile γ du Serpent et la Lune. J'ai trouvé qu'à Paris la Lune et l'étoile avaient le même azimut à $11^h 19^m 40^s$ de temps moyen; or, ce jour-là, le demi-diamètre de la Lune mettait $70^s,8$ à passer au méridien, tandis que la durée du passage azimutal de ce demi-diamètre n'est que de $5^s,3$, plus de treize fois moindre (*voir* le Mémoire).

» Je propose de profiter de cette théorie pour déterminer la longitude par le procédé que j'ai indiqué le 10 janvier 1881, modifié en ce sens, que l'on observe alors simultanément la Lune et l'étoile, comme on le fait pour deux étoiles ayant le même azimut au même instant. On se trouve alors dans des conditions meilleures, puisque l'erreur à commettre sur l'heure du passage se trouve considérablement diminuée.

» Je propose de donner à ces observations le nom d'*observations circumzénithales*.

» Je fais construire un instrument spécial, monté sur centre, pouvant donner, dans la même lunette, les images des deux astres au moment de leur passage dans le même azimut. »

MÉCANIQUE. — *Sur le choc d'une plaque élastique plane, supposée indéfinie en longueur et en largeur, par un solide qui vient la heurter perpendiculairement en un de ses points et qui lui reste uni.* Note de M. J. **Boussinesq**, présentée par M. de Saint-Venant.

« Appelons μ la masse de ce solide, rapportée à celle de la plaque par unité d'aire, φ le déplacement, à l'époque t, d'un point (x, y) du feuillet moyen de la plaque, r la distance de ce point au point heurté, pris lui-même pour origine et où est censée concentrée la masse μ, enfin $F(t)$ l'impulsion extérieure totale jusqu'à l'époque t (impulsion que nous supposerons d'abord continue), exercée dans le sens normal des z sur cette masse μ, que l'on imagine avoir été primitivement en repos. La fonction φ de r et t devra satisfaire : 1° à l'équation indéfinie $\varphi''_t = - a^2 \Delta_2 \Delta_2 \varphi$, où a désigne le quotient, par $\sqrt{3}$, du produit de la demi-épaisseur h de la plaque et de la vitesse ω avec laquelle s'y propagent les vibrations longitudinales, c'est-à-dire parallèles à son plan et accompagnées de changements dans sa densité superficielle (ou masse par unité d'aire); 2° aux conditions spéciales $\varphi = 0$ (pour $t = -\infty$), $\varphi = 0$ (pour r infini),

$$\varphi'_r = 0 \text{ (pour } r = 0), \quad \mu \varphi''_t + 2\pi r a^2 \frac{d\Delta_2 \varphi}{dr} = F'(t) \text{ (pour } r = 0),$$

dont les trois premières sont évidentes et dont la dernière exprime que la force extérieure $F'(t)$ se partage entre la masse μ, à laquelle elle imprime l'accélération φ''_t, et la plaque, sur laquelle elle exerce, le long d'une circonférence infiniment petite $2\pi r$, un effort tranchant exprimé par le second terme de l'équation. La méthode d'intégration indiquée dans ma Note du 20 février 1882 (*Comptes rendus*, t. XCIV, p. 514) conduit aisément à l'expression de φ, qui est

$$\text{(1)} \qquad \varphi = \int_0^\infty f\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right) \sin\frac{\zeta}{2} \frac{d\zeta}{\zeta};$$

d'où

(1 *bis*) (pour $r = 0$) $\varphi = \frac{\pi}{2} f(at)$;

$f(a)$ désignant la fonction suivante, nulle pour $at = -\infty$:

$$f(at) = \frac{1}{4\pi a}\left[F(t) - \int_{-\infty}^{t} e^{8a\frac{\theta - t}{\mu}} F'(\theta)\,d\theta\right]. \tag{2}$$

» En effet, si l'on calcule, par la méthode ordinaire de la différentiation sous le signe $\int$, les dérivées partielles successives de φ en r, en effectuant, à l'occasion, des intégrations par parties basées sur ce que

$$f''\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right)\frac{r^2}{2\zeta^2}$$

est la dérivée, par rapport à ζ, de $f'\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right)$ et de $f'\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right) - f'(at)$, on trouve successivement

$$\frac{d\varphi}{dr} = -\int_0^\infty f'\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right)\frac{r}{\zeta^2}\sin\frac{\zeta}{2}\,d\zeta, \tag{3}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr} = \int_{\zeta=\infty}^{\zeta=0} f'\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right) d\left(\frac{2}{\zeta}\sin\frac{\zeta}{2}\right) = (\text{pour } r \text{ nul})\, f'(at), \tag{4}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr} \quad \text{ou} \quad \Delta_2\varphi = -\int_0^\infty f'\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right)\cos\frac{\zeta}{2}\,\frac{d\zeta}{\zeta}, \tag{5}$$

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned} & r\frac{d\Delta_2\varphi}{dr} = 2f'(at) + \int_0^\infty \left[f'\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right) - f'(at)\right]\sin\frac{\zeta}{2}\,d\zeta, \\ & \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Delta_2\varphi}{dr}\right) \quad \text{ou} \quad \Delta_2\Delta_2\varphi = -\int_0^\infty f''\left(at - \frac{r^2}{2\zeta}\right)\sin\frac{\zeta}{2}\,\frac{d\zeta}{\zeta}; \end{aligned}\right.$$

et il en résulte que toutes les équations du problème sont bien satisfaites, si l'on a soin, pour démontrer l'annulation de φ'_r à la limite $r = 0$, de faire, dans (3), varier ζ : 1° d'abord, de zéro à un petit nombre $\varepsilon = N r^2$ (N étant très grand et r infiniment petit), intervalle où le sinus de $\frac{1}{2}\zeta$ est moindre que $\frac{1}{2}\varepsilon$, et auquel correspond, quand on y substitue $\frac{1}{2}\varepsilon$ à $\sin\frac{1}{2}\zeta$, une intégrale immédiatement évaluable, de l'ordre de r; 2° de ε à ∞, intervalle où la fonction f' peut alors être réduite à $f'(at)$ et auquel correspondra une intégrale négligeable aussi, qui est visiblement de l'ordre de $r \log r$.

» Le premier membre de (4) exprime l'excès de la courbure du méridien de la plaque sur l'autre courbure principale de celle-ci, excès valant le rapport, à la demi-épaisseur h, de la différence des deux dilatations prin-

cipales correspondantes ∂, ∂', éprouvées par le feuillet superficiel inférieur; et le dernier membre de (4) montre que, sur le bord $2\pi r$ de la très petite partie directement ébranlée, ce rapport égale sensiblement $f'(at)$, c'est-à-dire, vu la relation (1 *bis*), le produit du double de la vitesse v ou φ'_t par l'inverse du facteur πa. On en déduit, à cause de la valeur de a,

$$(7) \qquad \partial - \partial' = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\frac{v}{\omega}, \quad \text{ou} \quad \frac{v}{\omega} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}(\partial - \partial') = (0,9069)(\partial - \partial'),$$

relation assez analogue à celle, $kv = -\omega\partial$, que j'ai démontrée pour le choc transversal d'une barre (*Comptes rendus*, t. XCIV, p. 1044). Il en résulte que *le rapport de la vitesse prise par la petite partie directement ébranlée de la plaque à la vitesse de propagation des sons longitudinaux dans la même plaque ne peut atteindre les 0,9069 de la plus grande dilatation linéaire admissible (ou purement élastique) de sa matière, sans que le bord de la partie considérée éprouve une altération persistante.* Ainsi s'explique la rupture qui se produit, instantanément et nettement, à l'endroit heurté, quand la vitesse V du corps heurtant dépasse une certaine limite, la même pour une infinité de valeurs très différentes de la masse μ de ce corps.

» Dans le cas d'un pareil choc, opéré à l'époque $t = 0$, l'impulsion $F(t)$, nulle pour $t < 0$, devient μV dès que t dépasse sensiblement zéro; et la formule (2) donne

$$(\text{pour } t<0) \quad f(at) = 0,$$
$$(\text{pour } t>0) \quad f(at) = \frac{\mu V}{4\pi a}\left(1 - e^{-\frac{8at}{\mu}}\right).$$

En portant ces valeurs dans (1), on reconnaît : 1° que *le déplacement du point heurté tend vers la limite* $\frac{\mu V}{8a}$, *contrairement à ce qui arrive dans le cas du choc transversal d'une barre indéfinie, où ce déplacement grandit sans limite, quoique la vitesse y tende encore vers zéro*; 2° que, de plus, *une fois le point heurté parvenu sensiblement dans sa nouvelle situation de repos, les anneaux concentriques environnants, qui composent la plaque, viennent se ranger autour de lui, dans un même plan parallèle à leur plan primitif, au bout de temps proportionnels aux carrés de leurs rayons.* »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur les variations de la pesanteur.* Note de M. **Mascart.**

« Depuis longtemps, on a émis l'idée qu'il serait possible de mesurer les variations de la pesanteur, en différents points du globe, par la hauteur de la colonne de mercure qui fait équilibre à la pression d'une même masse de gaz à température constante. J'ai essayé de mettre cette méthode en pratique : l'expérience a montré qu'elle est susceptible de la plus grande précision.

» L'appareil se compose d'une sorte de baromètre à siphon, dont la courte branche est fermée et contient une certaine quantité de gaz. Pour éviter l'oxydation du mercure et la perte de pression qui en résulterait, j'ai employé de l'acide carbonique ; ce gaz a été introduit à une pression assez grande pour faire équilibre à une colonne de mercure de 1^m, lorsque le tube est tenu verticalement.

» Les difficultés principales que l'on rencontre dans l'expérience consistent dans la détermination de la température et dans la mesure du niveau du mercure au moyen d'une échelle divisée. L'instrument est placé dans un cylindre métallique plein d'eau, que l'on agite en y insufflant de l'air par une poire de caoutchouc ; un thermomètre divisé en $\frac{1}{50}$ de degré permet d'évaluer la température, au moins en valeurs relatives, à moins de $\frac{1}{100}$ de degré. L'échelle divisée est collée sur le tube barométrique lui-même ; on la voit par réflexion sur une surface dorée, qui renvoie l'image virtuelle dans l'axe même du tube, et le mercure s'observe au travers de la couche d'or, comme dans les prismes de M. Govi. On peut ainsi, par un seul microscope, viser en même temps le niveau du mercure et la division correspondante de l'échelle, ce qui élimine toute erreur de parallaxe. Cette échelle est divisée en dixièmes de millimètre, et, quand l'éclairage est convenablement réglé par des réflecteurs, il est très facile d'estimer le centième de millimètre.

» Pour soumettre la méthode à une épreuve décisive, j'ai déterminé, par une série d'observations au Collège de France, la relation empirique qui existe entre les hauteurs apparentes du mercure et la température ; j'ai transporté ensuite l'instrument au Plessis-Piquet, sur un pavillon dont l'altitude est de 180^m environ ; puis, je l'ai rapporté dans le laboratoire du Collège de France. La différence moyenne des lectures a été de $0^{mm},027$; le calcul montre, en effet, que, entre ces deux stations, dont la différence

d'altitude n'atteint pas 150^{m}, le changement de la hauteur du mercure devait être de $\frac{2}{100}$ à $\frac{3}{100}$ de millimètre, c'est-à-dire une quantité à peine supérieure à la limite d'exactitude que comporte l'expérience. Sans doute, l'instrument est assez incommode à transporter, parce qu'il faut éviter la rentrée du gaz dans la chambre barométrique; mais je crois que la difficulté n'est pas insurmontable, et je me propose d'en faire bientôt l'essai pour de grandes distances.

» Au point de vue de la sensibilité, cette méthode ne paraît pas inférieure à l'observation la plus soignée des oscillations d'un pendule. Si l'on détermine à $\frac{1}{100}$ de millimètre près, ce que je crois réalisable, la hauteur de la colonne de mercure, la variation correspondante de la longueur du pendule serait aussi de $\frac{1}{100}$ de millimètre, ce qui produirait un changement inférieur à une demi-seconde par jour, ou $\frac{1}{50}$ de seconde pendant une heure. C'est là un degré de précision que l'on a dû rarement atteindre dans les observations du pendule. »

M. **Boussingault**, à l'occasion de cette Communication, rappelle que, pendant son séjour à l'Équateur, il a été conduit à rechercher si, dans une même localité, la pesanteur n'éprouverait pas des variations dans son intensité, analogues à celles qui ont été signalées d'abord par de Chanvalon pour le magnétisme, et confirmées par Hansteen.

« L'appareil employé, dit-il, avait, je crois, certaine analogie avec celui qui est adopté par M. Mascart, pour étudier la variation de la pesanteur dans différentes stations. En voici une description sommaire :

» Dans un ballon en verre épais, d'une capacité de 8^{lit}, on a établi un baromètre plongeant dans une petite cuvette pleine de mercure. Le tube gradué portait un curseur muni d'un vernier, permettant d'apprécier une longueur de $\frac{1}{20}$ de millimètre. Le ballon, après avoir été rempli d'air sec, a été fermé. La partie supérieure du tube, sortant au dehors du vase, avait environ 0^{m},40. L'air sec enfermé était soumis à une pression d'à peu près 640^{mm}. L'observation eut lieu près des mines de Marmato, à l'altitude de 1600^{m}.

» Le point capital, dans cette recherche, était d'installer l'appareil là où la température resterait invariable. La situation permettait de satisfaire à cette condition. En effet, dans la région équinoxiale, la zone de température invariable est à moins de 1^{m} de profondeur. Dans un cellier, sous une toiture, un thermomètre enfoncé dans la terre à quelques décimètres

reste stationnaire. Pour plus de sécurité, on enterra le ballon dans le sol d'une galerie de la mine d'argent de *Sachafruto*, abandonnée depuis longtemps. Quelques jours après, quand on jugea l'équilibre de température établi entre l'appareil et le sol, on commença les observations. L'air de la galerie a été constamment à 20°,5.

» La hauteur de la colonne barométrique n'a pas varié. On en a conclu qu'il n'y avait pas eu de changement perceptible dans l'intensité de la pesanteur, durant l'expérience faite aux mines de Marmato [1]. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les paratonnerres.* Note de M. **Melsens**. (Extrait.)

« Je me propose de répondre plus tard, d'une manière complète, aux diverses objections qui ont pu être faites à mon système de paratonnerre. Je discuterai, en particulier, l'opinion qui consiste à voir un danger dans l'emploi d'une sorte de cage, formée par des *conducteurs multiples*, entre lesquels on a paru redouter la production d'étincelles, par induction électrostatique.

» Je me contenterai, pour aujourd'hui, de rappeler une expérience qui me semble capitale et qui a été jugée telle par beaucoup de physiciens. Cette expérience vient à l'appui de celles de Faraday, qui prouvent qu'aucune manifestation électrique n'est possible dans une cage, à parois métalliques continues ou à mailles métalliques, mise en communication parfaite avec le réservoir commun.

» Un animal quelconque, lapin, cobaye, oiseau, poisson, grenouille, etc., est placé dans une sphère creuse, à mailles métalliques plus ou moins serrées, mise sur l'armature d'une forte batterie de Leyde ou suspendue au-dessus des armatures. On essaye de foudroyer l'animal par la décharge de la puissante batterie dont je fais usage. L'animal, loin d'être foudroyé, ne paraît éprouver aucune action d'une étincelle, qui lui donnerait une commotion dangereuse ou même mortelle, s'il n'était pas protégé par la cage métallique.

» La cage métallique représente mon paratonnerre; l'animal qui y est enfermé représente l'édifice avec ses habitants et les matières inflammables qu'il peut contenir. Je ferai remarquer, d'ailleurs, que mon paratonnerre est armé de pointes nombreuses, qui n'ont certainement pas la

---

[1] Dans une Note, je donnerai les observations détaillées et la relation d'expériences faites avec un pendule décrit par La Condamine.

propriété de provoquer des manifestations électriques dans l'*intérieur* d'une cage métallique, surtout si elle est en communication parfaite avec le réservoir commun, comme je l'exige toujours, par un ou plusieurs contacts à la terre humide ou puits, avec larges surfaces métalliques, ou, dans une ville, par les canalisations d'eau et de gaz. »

CHIMIE. — *Sur l'hydrate d'hydrogène sulfuré*. Note de M. **de Forcrand**, présentée par M. Berthelot.

« MM. Cailletet et Bordet ont communiqué à l'Académie (*Comptes rendus*, 10 juillet dernier) des recherches sur divers hydrates qui se forment par la pression et la détente. Ils ont étudié notamment un hydrate d'hydrogène sulfuré, dont j'ai indiqué précédemment la formation, la composition, la variation avec la pression et le point critique, dans une Note présentée à l'Académie le 3 avril 1882 (*Comptes rendus*, t. XCIV, p. 967). Je demande la permission de rappeler ce travail, qui aura échappé à ces savants auteurs; je l'ai développé plus complètement dans une Thèse acceptée par la Faculté des Sciences de Paris, et aujourd'hui imprimée dans les *Annales de Chimie et de Physique*.

» Cette Thèse renferme l'étude détaillée de toute une famille de composés du même ordre, plus stables que l'hydrate d'hydrogène sulfuré, et qui se forment par l'union de l'eau, de l'acide sulfhydrique et d'un grand nombre de substances organiques, telles que le chloroforme, le sulfure de carbone, etc. Ces corps cristallisés paraissent devoir être rapprochés de celui que MM. Cailletet et Bordet ont obtenu en comprimant ensemble l'hydrogène phosphoré, l'eau et le sulfure de carbone.

» J'ai constaté que l'on peut obtenir également un hydrate d'hydrogène sélénié, en comprimant l'acide sélénhydrique en présence de l'eau.

» Enfin, j'ai pu préparer des cristaux analogues avec le chlorure de méthyle et l'eau. Ce dernier composé peut prendre naissance dans d'autres circonstances, comme l'a indiqué M. Berthelot (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLVI, p. 490). »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Recherches sur l'emploi des manomètres à écrasement pour la mesure des pressions développées par les substances explosives.* Note de MM. SARRAU et VIEILLE, présentée par M. Berthelot.

« 1. Nous avons dit, dans une précédente Communication ([1]), que la mesure par les manomètres à écrasement des pressions développées par les explosifs exigeait l'étude théorique du mouvement du piston écrasant le cylindre sous l'action d'une force fonction quelconque du temps. Désignons par

$f(t)$ la pression variable sur la base du piston,
m la masse du piston,
R la résistance du cylindre,
u le déplacement du piston après le temps t.

» L'équation du mouvement du piston est

$$m\frac{d^2u}{dt^2} + \mathrm{R} = f(t).$$

» D'après les résultats du tarage adopté, la résistance R peut être représentée, entre certaines limites, par une relation linéaire $\mathrm{R} = k_0 + ku$. Nous appliquons cette relation dès l'origine du mouvement ([2]) et nous réglons les expériences de manière que les écrasements n'excèdent pas la limite de $5^{mm}, 5$, au delà de laquelle la formule linéaire cesse d'être exacte. En conséquence, l'équation du mouvement devient

$$m\frac{d^2u}{dt^2} + ku + k_0 = f(t).$$

» 2. Cette équation est intégrable, et, lorsque la fonction $f(t)$ passe par un maximum, on obtient par l'intégration la relation qui existe entre ce maximum P et l'écrasement final ε du cylindre. Cette relation est de la

---

([1]) *Comptes rendus*, séance du 3 juillet 1882.

([2]) En fait, la résistance est une fonction dont la valeur est égale, à l'origine du mouvement, à la réaction élastique du cylindre; elle est donc nulle avec la variable, mais elle se confond sensiblement avec la fonction linéaire dès que le cylindre a subi une déformation permanente très petite, et nous nous sommes assurés que l'erreur commise en admettant la formule linéaire dès l'origine du mouvement est tout à fait négligeable.

forme

$$P = k_0 + \frac{k\varepsilon}{1 + \varphi\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)},$$

en désignant par

τ le temps qui sépare la production du maximum de l'origine du mouvement,

τ_0 la durée de l'écrasement du cylindre par une force constante agissant sans vitesse initiale par l'intermédiaire d'un piston de masse égale à m,

φ une fonction qui est égale à l'unité quand la variable est nulle et décroît rapidement quand la variable croît.

» 3. La valeur à attribuer à P, pour une valeur mesurée de ε, dépend donc essentiellement du rapport $\frac{\tau}{\tau_0}$. Ce rapport constitue la variable caractéristique du phénomène, et il importe d'en connaître, dans chaque cas particulier, la valeur au moins approchée.

» Il est nécessaire de déterminer à cet effet les durées τ_0 et τ.

» La durée τ_0 est donnée par la formule

$$\tau_0 = \pi\left(\frac{m}{k}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

» La durée τ se déduit, dans chaque cas, par des relations théoriques approchées, de la durée de l'écrasement du cylindre mesurée avec un appareil enregistreur spécial.

» 4. Pour déterminer par expérience la durée de l'écrasement, et même la loi complète du mouvement du piston pendant l'écrasement, la bombe où l'on produit l'explosion est munie d'un appareil crusher dont le piston porte une plume courte et mince en clinquant d'acier.

» Devant cette plume tourne, avec une vitesse de 5^m par seconde environ, un cylindre recouvert de papier enfumé.

» Avant l'explosion, la plume trace un cercle correspondant à la position initiale. On enflamme l'explosif; pendant que le piston chemine sous la pression des gaz, la plume trace une courbe sur le cylindre, puis décrit de nouveau un cercle correspondant à la position finale.

» Un diapason entretenu électriquement en vibration trace sur le cylindre, au moment de la mise de feu, une sinusoïde dont chaque ondulation correspond à un temps rigoureusement déterminé par un tarage préalable.

» La longueur de l'ondulation de la sinusoïde donne la vitesse du cylindre; la durée de l'écrasement se déduit de la distance, estimée suivant la section droite du cylindre enregistreur, comprise entre les deux points de raccordement de la courbe tracée par la plume avec les cercles décrits à l'origine et à la fin du mouvement.

» La courbe peut d'ailleurs être relevée par points au moyen de lectures au microscope; elle donne la loi du mouvement du piston en fonction du temps.

» 5. Ce dispositif nous a permis d'enregistrer avec régularité des mouvements dont la durée, pour certains explosifs à combustion rapide, n'était que de trois ou quatre dix-millièmes de seconde.

» Nous ferons connaître, dans une prochaine Communication, les résultats d'expérience que nous avons obtenus avec cet appareil, en produisant la décomposition en vase clos des principales substances explosives, et nous déduirons de ces résultats la mesure exacte de la pression maximum développée par les produits de la décomposition. »

CHIMIE. — *Sur les degrés de nitrification limites de la cellulose.* Note de M. Vieille, présentée par M. Berthelot.

« 1. Des formules très diverses ont été proposées pour représenter la composition des produits nitrés dérivés de la cellulose et, en particulier, la composition des produits de nitrification maximum et minimum. Les composés signalés ont d'ailleurs été obtenus par des procédés qui diffèrent à la fois par la température de la réaction, la concentration des acides et la nature des mélanges sulfonitriques employés : aussi les résultats ne sont-ils pas susceptibles d'une interprétation générale.

» 2. Nous avons pensé qu'il y avait lieu de reprendre cette étude.

» La *nitrification* est obtenue en immergeant le coton en ouate dans 100 à 150 fois son poids d'acide nitrique à divers degrés de concentration et à la température de 11°. On supprime ainsi toute élévation de température, et le titre acide du bain peut être considéré comme constant pendant toute la durée du trempage.

» La teneur en azote du produit nitrifié est déterminée par la méthode de M. Schlœsing.

Densité de l'acide nitrique.	Composition de l'acide.	Nombre de centim. cubes de bioxyde d'azote dégagés par 1^{gr} de produit nitré, 0° et 760^{mm}.	Caractères des échantillons.
1,502...	$AzO^5 + 1,45HO$	cc 202,1	Le produit nitré a l'aspect du coton. Il est complètement soluble dans l'éther acétique, très peu soluble dans le mélange d'alcool et d'éther.
1,497...	»	197,9	
1,496...	$AzO^5 + 1,68HO$	194,4	Soluble complètement dans l'éther acétique et dans le mélange d'alcool et d'éther. Le coton n'est pas attaqué.
1,492...	»	187,3	
1,490...	$AzO^5 + 1,87HO$	183,7	
1,488...	$AzO^5 + 2,07HO$	165,7	Le produit nitré conserve l'aspect du coton. Il devient seulement gélatineux et filant par l'action de l'éther acétique et de l'alcool-éther.
1,483...	$AzO^5 + 2,13HO$	164,6	
1,476...	$AzO^5 + 2,27HO$	141,1 / 139,8	Le coton se dissout dans l'acide en donnant une liqueur visqueuse précipitable par l'eau. Le produit ainsi obtenu gonfle par l'action de l'éther acétique et devient gélatineux sans se dissoudre. L'alcool-éther est sans action.
1,472...	»	140,0	
1,469...	$AzO^5 + 2,50HO$	139,7	
1,463...	»	128,6	Le produit nitré, extrêmement friable, est recueilli sous forme de pâte. L'éther acétique, comme l'alcool et l'éther, sont sans action sur lui.
1,460...	$AzO^5 + 2,76HO$	122,7	
1,455...	»	115,9	
1,450...	$AzO^5 + 3,08HO$	108,9	
1,442...	»	»	Résidus de plus en plus faibles, noircissant fortement par l'action d'une solution d'iode. Nitrification incomplète et insignifiante.
1,430...	»	»	

» Le nombre de centimètres cubes indiqué dans la troisième colonne répond, pour chaque degré de concentration de l'acide, à la nitrification maximum. Ce maximum est déterminé, dans chaque cas, par l'analyse d'échantillons ayant subi des temps de trempage croissants. La limite est d'ailleurs très nettement indiquée par l'emploi d'une solution d'iode dans l'iodure de potassium, qui donne une coloration noire ou verdâtre aux produits nitrés renfermant des traces de coton non attaqué ([1]).

» 3. Le Tableau qui précède montre combien est étroite la zone des

---

([1]) Ainsi l'échantillon trempé dans l'acide de densité 1,488 donne, au bout de vingt-quatre heures de trempage, 161^{cc} et se colore par l'acide. Au bout de soixante-dix heures, il donne $165^{cc},7$ sans coloration.

D'autre part, l'échantillon trempé dans l'acide de densité égale à 1,490 cesse de noircir par l'iode après un trempage de vingt-quatre heures et donne $183^{cc},7$. Au bout de cent vingt-huit heures, le même échantillon donne $183^{cc},8$.

cotons azotiques pouvant donner des collodions, et quelle faible variation dans le titre de l'acide suffit à donner des produits insolubles dans l'éther. Deux échantillons de coton à collodion ordinaire, provenant l'un de la fabrication de M. Rousseau, et l'autre de celle de MM. Billault et Billaudot, m'ont donné des chiffres identiques $\left\{ \begin{array}{l} 183^{cc},2 \\ 183^{cc},8 \end{array} \right.$. Un troisième échantillon, désigné sous le nom de coton azotique à haute température, a donné $186^{cc},3$. Ces faits semblent donc prouver que les propriétés des celluloses nitrées, vis-à-vis des dissolvants, ne dépendent que de leur composition chimique.

» 4. Les durées de trempage qui déterminent la nitrification maximum sont très variables avec le degré de concentration de l'acide.

» L'action, rapide pour la densité 1,500 (deux à trois heures), se ralentit graduellement et exige cent-vingt heures pour la densité 1,483. Les produits nitrés correspondants conservent sensiblement l'aspect du coton primitif.

» Mais, au voisinage de la densité 1,470, l'action se modifie complètement. Le coton se gonfle, se dissout presque instantanément, transformant l'acide en un collodion épais et transparent. En faisant couler cette masse sirupeuse dans l'eau agitée, on obtient de petits copeaux blancs, opaques et cassants, qui ne conservent plus rien de la fibre primitive du coton. Dans ces conditions, la limite de nitrification est rapidement atteinte. Ainsi l'acide de densité 1,469 donne, après cinq minutes, $134^{cc},7$; après une demi-heure, $140^{cc},5$; après vingt heures, $139^{cc},3$.

» Lorsque la densité de l'acide tombe à 1,460, la dissolution cesse de se produire, l'action se ralentit beaucoup et le coton paraît inattaqué; mais on reconnaît, au lavage, que la fibre est devenue très friable. L'échantillon est recueilli sous forme de pâte. Les rendements s'abaissent en même temps bien au-dessous du chiffre théorique.

» Pour des densités inférieures à 1,450, cette dissolution du coton non précipitable par l'eau devient le phénomène principal. Au bout de quinze jours, on obtient, par noyage dans l'eau, un résidu insignifiant, noircissant et bleuissant d'une façon intense par l'iode, et dont le degré de nitrification est très faible.

» 5. Il paraît donc établi que le dernier produit nitré qu'il soit possible d'obtenir, par l'action de l'acide azotique sur le coton à la température de 11°, est le coton mononitré (qui dégagerait 108^{cc} de bioxyde d'azote). On l'obtient au moyen de l'acide nitrique à $3^{éq}$ d'eau (densité 1,450).

» 6. La limite supérieure de nitrification ne ressort pas du Tableau précédent, qui ne comprend que les résultats relatifs à la densité 1,502; mais cette limite peut être obtenue indirectement par l'emploi de mélanges sulfonitriques. Ces mélanges, usités pour la préparation du coton-poudre destiné aux usages militaires, donnent des produits dégageant 210^{cc} à 212^{cc} de bioxyde d'azote, complètement solubles dans l'éther acétique et insolubles dans l'éther alcoolisé.

» En opérant avec des soins particuliers, nous avons pu, à la température de 11°, dépasser un peu ces nombres et atteindre 214^{cc}. Cette limite reste très sensiblement la même, quelle que soit la proportion des acides sulfuriques et nitriques employés, alors même qu'on substitue à l'acide sulfurique monohydraté l'acide de Nordhausen.

» L'influence d'un grand excès d'acide sulfurique s'exerce principalement sur la vitesse de réaction, qui se trouve considérablement ralentie.

» Ce degré de nitrification répond sensiblement à la formule

$$C^{48}H^{29}(AzO^4)^{11}O^{40},$$

qui exigerait un dégagement de $215^{cc},6$. »

CHIMIE. — *Influence de la compressibilité des éléments, sur la compressibilité des composés dans lesquels ils entrent.* Note de M. L. Troost.

« Les gaz simples qui ont un coefficient de compressibilité ou un coefficient de dilatation très différent de celui de l'air transportent-ils cette propriété dans les composés qu'ils forment? C'est une question que les propriétés remarquables de la vapeur d'iode permettent d'aborder.

» On sait par les recherches de M. V. Meyer, confirmées par celles de MM. Crafts et Meier et par les miennes, que la densité de la vapeur d'iode diminue notablement quand la température s'élève au-dessus de 700°; et que, par suite, son coefficient de dilatation augmente aux températures élevées. J'ai de plus établi que déjà à 440° le coefficient de compressibilité de cette vapeur diminue avec la pression, et mes expériences ont été vérifiées par celles de MM. Crafts et Meier.

» On peut différer sur l'hypothèse à faire pour expliquer ces phéno-

mènes, mais on est parfaitement d'accord sur la réalité des faits : le coefficient de dilatation de la vapeur d'iode croît avec la température, et son coefficient de compressibilité diminue avec la pression.

» J'ai recherché si ces propriétés se retrouvaient dans les combinaisons que l'iode forme avec d'autres corps simples, ayant d'ailleurs des coefficients de dilatation et de compressibilité voisins de celui de l'air.

» Pour résoudre cette question, il faut expérimenter sur des composés iodés non susceptibles de dissociation dans les conditions où l'on opère.

» Un grand nombre d'iodures se décomposant aux températures supérieures à 700°, il est difficile d'obtenir leur coefficient de dilatation pour ces températures.

» La difficulté est moindre quand il s'agit des coefficients de compressibilité, car on peut alors opérer à une température moins élevée. C'est cette partie de la question que j'essayerai d'abord de traiter.

» La vapeur d'iodure de mercure, qui ne se dissocie pas à la température de 440°, convient très bien pour ces expériences.

» Je me suis assuré par des déterminations préliminaires que le coefficient de compressibilité de la vapeur de mercure est à 440° très voisin de celui de l'air atmosphérique.

» Il suffit, pour s'en assurer, de prendre sa densité de vapeur sous de basses pressions; on constate qu'elle est la même qu'à la pression atmosphérique.

» Voici les résultats obtenus :

Excès de poids....................	$+0^{gr},537$	$-0^{gr},313$	$-0^{gr},331,5$
Température de la balance.........	18°,5	18°,4	18°,5
Pression atmosphérique à la pesée...	$748^{mm},77$	$754^{mm},85$	$759^{mm},38$
Pression à la fermeture............	$757^{mm},88$	$77^{mm},53$	$71^{mm},65$
Volume du ballon................	241^{cc}	$331^{cc},3$	364^{cc}
Air resté à 0° sous 760^{mm}.........	$0^{cc},21$	$3^{cc},7$	$1^{cc},27$
Densité trouvée..................	6,95	6,91	6,94

» La densité théorique de la vapeur de mercure est 6,93. La vapeur de mercure a donc bien à 440° un coefficient très voisin de celui de l'air atmosphérique.

» En combinant le mercure avec le chlore, qui possède également, à la température de 440°, le même coefficient de compressibilité que l'air, on obtient le bichlorure de mercure, qui doit avoir, à cette température, le

même coefficient de compressibilité que l'air. C'est ce que prouvent les résultats suivants, obtenus en opérant successivement sous la pression atmosphérique et sous la pression de $74^{mm},63$:

Excès de poids	$+1^{gr},055$	$-0^{gr},238$
Température de la balance	$16°,5$	$16°,8$
Pression atmosphérique à la pesée	$757^{mm},46$	$760^{mm},58$
Pression à la fermeture	$757^{mm},14$	$74^{mm},63$
Volume du ballon	305^{cc}	317^{cc}
Air resté à 0° sous 760^{mm}	$0^{cc},9$	$0^{cc},05$
Densité trouvée	9,51	9,38
Densité théorique	9,39	9,39

» En combinant, au contraire, le mercure avec l'iode, qui présente un coefficient de compressibilité différent de celui de l'air, et déterminant sa densité de vapeur sous des pressions très différentes, on pourra, suivant que l'expérience donnera ou non les mêmes résultats sous la pression atmosphérique et sous basse pression, savoir si la propriété de la vapeur d'iode se transmet au composé qu'il forme en se combinant au mercure. C'est ce qu'établissent les résultats suivants :

Excès de poids	$+1^{gr},7285$	$-0^{gr},129$	$-0^{gr},281$
Température de la balance	$17°,6$	$15°,4$	$16°$
Pression à la pesée	752^{mm}	$753^{mm},88$	$754^{mm},13$
Pression à la fermeture	$753^{mm},10$	$84^{mm},12$	$46^{mm},3$
Volume du ballon	267^{cc}	276^{cc}	$367^{cc},72$
Air resté à 0° sous 760^{mm}	$2^{cc},02$	$1^{cc},13$	$0^{cc},2$
Densité trouvée	15,89	14,90	14,82

» Or la densité théorique de l'iodure de mercure est 15,712. La variation du coefficient de compressibilité de la vapeur d'iode se retrouve donc dans la vapeur d'iodure de mercure. D'autres exemples permettront de généraliser ces résultats. »

CHIMIE. — *Sur les dérivés des sulfites cuivreux*. Note de M. A. ETARD, présentée par M. Cahours.

« I. J'ai décrit récemment deux sulfites cuivreux simples, isomériques, répondant tous deux à la formule SO^3Cu^2, H^2O. Je n'ai établi les différences de propriétés de ces deux corps qu'en m'appuyant sur leurs propriétés physiques : la couleur, l'apparence cristalline et la densité. Les différences

dans les réactions chimiques de ces deux sulfites ne sont pas moins accentuées, car ils se rattachent à deux séries bien distinctes des sels doubles.

» II. *Sulfite cuivreux normal blanc.* — Lorsqu'on met le sulfite cuivreux blanc, cristallisé en paillettes hexagonales, en présence du bisulfite de soude concentré, il se combine rapidement avec ce sel en foisonnant légèrement, et donne un sel blanc cristallisé insoluble dans l'eau. Un grand excès de ce liquide le décompose lentement. Ce sel, lavé à l'eau, à l'alcool et à l'éther, renferme en centièmes :

		Théorie.
S	12,2	12,0
Cu	24,4	23,9
Na	8,2	8,6
H^2O	37,7	37,2

» Ce sel se représente par la formule $SO^3Cu'', SO^3Na^2 + 11H^2O$. Il a déjà été obtenu par Commaille et par Svensson dans des conditions bien différentes; je ne le signale ici que pour montrer sa dérivation directe du sulfite cuivreux normal.

» Péan de Saint-Gilles et les deux auteurs précités, en traitant diverses solutions de cuivre par les sulfites de sodium, ont obtenu des sulfites cuivreux doubles, tels que

$$SO^3Cu^2, SO^3Na^2 + 2H^2O,$$
$$SO^3Cu^2, SO^3K^2 + 2H^2O,$$
$$SO^3Cu^2, SO^3(AzH^4)^2 + 2H^2O.$$

J'ai pu reproduire tous ces sels et même ajouter à la série le terme

$$SO^3Cu^2, SO^3Li^2 + 2H^2O,$$

en faisant bouillir le sel de Chevreul $SO^3Cu^2, SO^3Cu + 2H^2O$ avec les bisulfites alcalins correspondants. Les métaux alcalins se substituent au cuivre qui, passant à l'état de sulfite cuivreux, donne une nouvelle molécule de sel double, tandis que de l'acide sulfureux se dégage :

$$2(SO^3Cu^2SO^3Cu, 2H^2O) + 6SO^3NaH$$
$$= 3SO^3Cu^2SO^3Na^2, 2H^2O + SO^4H^2 + 3SO^2.$$

» Une réaction inverse a été observée par Péan : le sel

$$SO^3Cu^2, SO^3Na^2 + 2H^2O$$

fait la double décomposition avec le sulfate cuivrique pour donner le sel de Chevreul

$$SO^3Cu^2, SO^3Na^2 + 2H^2O + SO^4Cu = SO^3Cu^2, SO^3Cu, 2H^2O + SO^4Na^2.$$

» Ces réactions établissent un rapport étroit entre les sels cuproso-sodiques et le sel de Chevreul, qui entre dans le même moule moléculaire; tous ces sels renferment du cuprosum comme principe constant et essentiel; les autres métaux, K^2, Na^2, Li^2 (AzH^4), Cu'', peuvent varier et se déplacer réciproquement sans rien changer au type des sels résultants. Les choses ne se passeraient pas différemment s'il existait un sulfite cuivreux acide $SO^3Cu^2, SO^3H^2, 2H^2O$, que ces métaux viendraient saturer. De fait, j'ai montré précédemment que les sels cuproso-alcalins, traités par l'acide sulfureux, perdaient leur métal; mais c'est un sulfite neutre qui se forme. Il se pourrait que le sel acide en S^2 ne fût pas stable à l'état de liberté et qu'il perdît son acide en se polymérisant, pour donner l'isosulfite cuivreux que j'ai observé.

» Le sel $SO^3Cu^2, SO^3Na^2 + 11H^2O$, dérivé du sulfite cuivreux normal, comme je l'ai dit plus haut, se rattache au sel de Chevreul et aux sulfites cuproso-alcalins ordinaires, qui, d'après leurs réactions et les substitutions métalliques que j'ai passées en revue, se comportent toujours comme des sels cuivreux ordinaires, renfermant S^2 seulement. Ce sel représente $(SO^3Cu^2, SO^3Na^2, 2H^2O) + 9H^2O$ comme un degré d'hydratation supérieur. J'ai observé que la réaction du sulfate de cuivre, indiquée plus haut pour le sulfite cuprososodique bihydraté, appartient aussi au sel à $11H^2O$; tous deux, en présence du sulfate cuivrique, donnent du sel de Chevreul par double décomposition, et, partant de ce fait, on peut faire la synthèse du sel de Chevreul par une série de réactions successives, en partant de l'acétate cuivrique, qui donne le sulfite cuivreux; celui-ci, dans une seconde étape, fournit le sel $SO^3Cu^2, SO^3Na^2 + 11H^2O$, d'où l'on passe au sel de Chevreul : le tout se fait par des méthodes de complication régulières. Par ces diverses réactions, le sulfite cuivreux normal se trouve rattaché expérimentalement aux sels cuivreux doubles ordinaires et au sel de Chevreul, qui en dérive.

» III. *Sulfite isocuivreux.* — Bien qu'il présente la même composition que le sulfite cuivreux blanc normal, le sel cuivreux rouge, sous l'influence du bisulfite sodique concentré et légèrement chauffé, ne donne pas le même dérivé; ici encore il y a combinaison, mais le sel résultant présente une couleur chamois accentuée.

» Le sel obtenu dans cette réaction, lavé à l'eau, à l'alcool et à l'éther, renferme

$$S^8O^{32}(Cu^2)^8Na^{16}H^{10} + 43H^2O$$

($S = 11,3$, $Cu = 16,2$, $Na = 16,8$, $H^2O = 37,0$).

» Une certaine quantité de cuprosum de l'isosulfite cuivreux entre en dissolution et est remplacée par du sodium. Ce corps, qui fait partie de la série des octosulfites, dont j'ai déjà décrit plusieurs termes, montre qu'il existe une relation entre l'isosulfite cuivreux et les composés en S^8, relation qui le distingue encore du sulfite cuivreux normal et tend par analogie à lui faire attribuer la formule

$$S^8O^{32}(Cu^2)^8H^{16} = (SO^3Cu^2, H^2O)^8,$$

correspondant à un type de condensation moléculaire très fréquent dans les combinaisons sulfureuses du cuivre, sur lesquelles j'aurai à revenir très prochainement, pour décrire une nouvelle série de sulfites cuproso-alcalins. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur le suc gastrique.* Note de M. P. CHAPOTEAUT.

« Dans la Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie ([1]), j'ai fait voir que la solution aqueuse du suc gastrique (desséché et lavé préalablement à l'éther ([2]) jusqu'à cessation de coloration de ce véhicule), étendue de son volume d'alcool à 95°, laisse précipiter un corps pulvérulent blanc; l'alcool modifiant ce précipité, nous l'obtenons de préférence en acidulant la liqueur aqueuse par l'acide sulfurique ou autres acides qui, même en excès, ne peuvent le redissoudre; l'acide chlorhydrique en excès le redissout au contraire facilement.

» Ce précipité blanc constitue bien la partie active du suc gastrique; en voici la preuve : au bout de cinq à six minutes, en présence de l'acide lactique (10 à 12 gouttes dans 50^{cc} d'eau), il transforme à froid la fibrine et la viande en syntonine; en portant le mélange à + 60°, il le peptonise. Un litre d'eau en dissout 2^{gr} à la température ordinaire; soluble dans les alcalis, précipitable de cette solution par les acides en perdant d'ailleurs peu à

([1]) *Comptes rendus,* t. XCIV, p. 1722.

([2]) Le résidu du lavage par l'éther est très alcalin, tandis que le véhicule éthéré devient acide.

peu ses propriétés, sa solution aqueuse est incoagulable à + 100°, mais a perdu toute action dissolvante à cette température; elle est précipitée par les solutions de chaux, de baryte, de sous-acétate de plomb et n'exerce aucune action sur la lumière polarisée.

» Sa teneur en carbone, hydrogène et azote est la suivante :

C.............	51
H.............	7,2
Az............	15,4

composition très voisine, on le voit, de celle des albumines.

» Ce corps, dont nous espérons fixer complètement la composition, l'origine, et que nous croyons devoir appeler *pepsine*, se trouve dans le suc gastrique à l'état de sel de potasse, en même temps qu'une autre albumine, *sans propriétés dissolvantes à l'égard de la fibrine du sang*, et que l'acide gras, dont nous avons déjà parlé et auquel le suc gastrique doit ses propriétés acides. Cet acide n'a d'ailleurs aucun pouvoir dissolvant par lui-même; il ne peut déplacer à froid la pepsine de sa combinaison potassique, et même, à 50°, son action est très faible.

» Les faits que nous venons de constater ont été observés sur le suc gastrique de mouton. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les produits de la distillation de la colophane.* Note de M. AD. RENARD, présentée par M. Wurtz.

« Les portions d'essence passant à la distillation entre l'heptène (103°-106°) et les térébenthènes (156° et 170°) ne sont qu'en quantité relativement minime.

» Cependant, en opérant sur de grandes quantités d'essence brute, on peut en extraire un carbure, homologue supérieur de l'heptène, distillant de 129° à 132°, qui, lavé à la soude, puis rectifié à plusieurs reprises sur du sodium dans une atmosphère d'acide carbonique, a donné à l'analyse des résultats qui conduisent à la formule C^8H^{14}, confirmée par sa densité de vapeur, qui a été trouvée égale à 4,04 (théorie : 3,87).

» Ce carbure, pour lequel je propose le nom d'*octène*, est soluble dans l'alcool et l'éther. Sa densité à + 20° est 0,8158. Exposé sur le mercure dans une éprouvette remplie d'oxygène, il absorbe ce gaz assez rapidement. Il est sans action sur les solutions ammoniacales de chlorure cuivreux et

de nitrate d'argent. Le brome réagit sur lui avec violence en dégageant de l'acide bromhydrique.

» En faisant tomber le carbure goutte à goutte sur du brome en excès et abandonnant le tout pendant vingt-quatre heures, on obtient un produit qui, lavé à la soude et traité par de l'éther, abandonne des cristaux d'un dérivé tribromé $C^8H^{11}Br^3$, fusible à 246°, très peu soluble dans l'éther. Quant à la partie liquide, obtenue par l'évaporation de l'éther, sa composition est la même; c'est une huile lourde, de couleur orangée, sur laquelle le brome n'a plus d'action, même par une exposition de plusieurs jours au soleil. Enfin le brome peut encore donner avec l'octène un dibromure $C^8H^{14}Br^2$, que l'on obtient en ajoutant avec précaution une solution éthérée de brome à une solution de carbure dans l'éther. Ce bibromure est liquide, mais très instable, et se décompose par simple évaporation de sa solution : aussi sa composition n'a-t-elle pu être déterminée que d'après la quantité de brome nécessaire pour saturer un poids connu de carbure.

» L'acide nitrique réagit très violemment sur l'octène; avec de l'acide de densité 1,15, la réaction est calme et ne commence que vers 80°. Il ne se produit pas de vapeurs nitreuses, mais il se dégage de l'acide carbonique; il se forme en même temps des matières résineuses que l'on peut dissoudre par l'emploi d'un acide plus concentré. La liqueur, soumise alors à l'évaporation, se prend par le refroidissement en une masse cristalline formée principalement d'acide oxalique et d'acide succinique.

» Traité par l'acide sulfurique ordinaire, l'octène s'échauffe en se polymérisant, sans dégager d'acide sulfureux, et ne forme dans ces conditions qu'une quantité inappréciable d'acide sulfoné. Enfin, soumis soit seul, soit en solution dans l'éther, à l'action du gaz acide chlorhydrique, il s'altère et brunit très fortement, sans donner de chlorhydrate de composition définie. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle classe de composés cyanés à réaction acide. Éther cyanomalonique.* Note de M. **A. Haller**, présentée par M. Wurtz.

« Poursuivant nos recherches sur l'action du cyanogène et du chlorure de cyanogène sur les molécules organiques sodées, nous avons étudié cette action sur un certain nombre d'éthers dans lesquels on admet l'existence d'un groupe CH^2 compris entre deux groupes CO. Dans ces derniers temps,

les éthers de ce genre ont été l'objet de travaux remarquables de la part de M. Wislicenus et de ses élèves.

» Nos premières recherches portent sur les éthers malonique et acétylacétique. Cette Note comprend les résultats obtenus avec l'éther malonique. Dans la Note suivante, nous indiquerons ceux que nous avons obtenus, en collaboration avec M. Held, en partant de l'éther acétylacétique.

» L'éther malonique employé a été préparé en suivant le procédé indiqué par M. Conrad [1] : traitement d'un mélange de malonate de chaux bien sec et d'alcool absolu par un courant d'acide chlorhydrique, lavant, séchant et rectifiant.

» Pour obtenir le dérivé sodé, on a opéré également comme le conseille ce savant. On ajoute à une solution récemment préparée, de $4^{gr},6$ de sodium dans 50^{gr} d'alcool absolu, 32^{gr} d'éther malonique pur. Le mélange homogène est ensuite traité par un courant de chlorure de cyanogène pur et sec. Ce gaz est rapidement absorbé, tandis que la liqueur s'échauffe au point qu'elle entre en ébullition. On modère la réaction en plongeant le ballon dans l'eau froide, et l'on arrête le courant dès qu'on aperçoit l'odeur de chlorure de cyanogène à l'extrémité de l'appareil. Le liquide jaunâtre et épais est étendu de son volume d'eau et agité avec l'éther, pour enlever la majeure partie de l'alcool et de l'éther malonique non entré en réaction. Le produit aqueux est ensuite acidulé et de nouveau agité avec de l'éther. Cette solution éthérée laisse par évaporation un liquide rougeâtre, à réaction franchement acide, qui constitue le dérivé cyané cherché. Ce composé se forme en vertu de la réaction

$$\mathrm{CH\,Na}\begin{cases}\mathrm{CO\,OC^2H^5}\\ \mathrm{CO\,OC^2H^5}\end{cases} + \mathrm{Cl\,CAz} = \mathrm{Na\,Cl} + \mathrm{CH}\begin{cases}\mathrm{CAz}\\ \mathrm{CO\,OC^2H^5}\\ \mathrm{CO\,OC^2H^5}\end{cases}$$

Pour le purifier, il suffit de le dissoudre dans le carbonate de soude, de le filtrer et le reprécipiter de la dissolution au moyen d'un acide. Les gouttelettes huileuses qui se déposent sont recueillies, agitées avec un peu d'eau, puis décantées et desséchées sur du chlorure de calcium. Même après ce traitement, le produit est encore coloré; pour l'obtenir incolore, on est obligé de le distiller dans le vide. Cette distillation ne s'effectue pas sans difficulté, ni sans perte. Quand on opère sous une pression de 25^{mm}, une partie du liquide passe de 120° à 130°, tandis qu'une autre partie reste dans la cornue

(1) *Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. CCIV, p. 126.

sous la forme d'une masse visqueuse, rouge par transparence, et possédant une fluorescence d'un jaune verdâtre.

» Le produit distillé est incolore, dégage une odeur piquante et a une réaction acide. Exposé à l'air, il se colore légèrement en rouge. Il est un peu soluble dans l'eau, à laquelle il communique une réaction acide, soluble dans l'alcool, l'éther et les solutions alcalines. Il décompose les carbonates avec dégagement d'acide carbonique.

» L'analyse donne en centièmes :

	Trouvé. I.	Trouvé. II.	Calculé pour $C^8H^{11}AzO^4$.
C................	51,43	52,1	51,89
H................	6,70	6,5	5,94

On en a préparé un certain nombre de sels.

» Le *sel de soude* $\mathrm{C}\diagup^{\mathrm{CAz}}\mathrm{Na} = (\mathrm{CO^2C^2H^5})^2$ s'obtient en traitant une solution de carbonate de soude par l'éther cyanomalonique, évaporant à siccité et reprenant par l'alcool bouillant.

» La solution alcoolique, abandonnée à elle-même, laisse déposer le sel sous la forme d'une masse mamelonnée ou radiée, très soluble dans l'eau et dans l'alcool.

» Le *sel de chaux* $\begin{array}{l} \mathrm{C}\begin{array}{l}\diagup \mathrm{CAz} \\ \diagdown\!\diagdown (\mathrm{CO^2C^2H^5})^2\end{array} \\ | \\ \mathrm{Ca} \\ | \\ \mathrm{C}\begin{array}{l}\diagup\!\diagup (\mathrm{CO^2C^2H^5})^2 \\ \diagdown \mathrm{CAz}\end{array} \end{array} + 2\tfrac{1}{2}\mathrm{H^2O}$ a été obtenu par dissolution du carbonate de calcium dans une solution aqueuse de l'éther en question. Le liquide, abandonné sous une cloche, fournit le sel en magnifiques cristaux, appartenant au système anorthique. C'est le prisme fondamental (pans et bases) avec des modifications doubles sur les deux arêtes latérales *g* et d'autres modifications doubles sur les arêtes des bases *b*.

» Ce sel est plus soluble dans l'alcool que dans l'eau. Si l'on essaye de concentrer les solutions aqueuses au bain-marie, il se précipite sous la forme de gouttelettes huileuses, solubles dans un excès d'eau.

» Le *sel de plomb* $\begin{array}{l} \mathrm{C}\begin{array}{l}\diagup \mathrm{CAz} \\ \diagdown\!\diagdown (\mathrm{COOC^2H^5})^2\end{array} \\ | \\ \mathrm{Pb} \\ | \\ \mathrm{C}\begin{array}{l}\diagup\!\diagup (\mathrm{COOC^2H^5})^2 \\ \diagdown \mathrm{CAz}\end{array} \end{array} + \mathrm{H^2O}$ a été préparé comme le composé

ci-dessus. Il cristallise au sein de l'eau sous la forme d'aiguilles réunies en houppes, fondant à 87-88°, en donnant une masse transparente et vitreuse.

» Les composés métalliques que nous venons de signaler sont analogues à ceux que nous avons obtenus, avec M. Held, au moyen de l'éther acétylcyanacétique que nous décrirons dans une Note ultérieure. Ils se rapprochent aussi des dérivés métalliques des éthers acétylacétique et acétylacétique chloré étudiés par Geuther, Conrad (1), Allihn (2), etc. Seulement, tandis que ces derniers ont été obtenus par action directe des métaux sur les éthers, ou en traitant ceux-ci par des solutions ammoniacales ou potassiques des oxydes métalliques, les sels dérivés de l'éther cyanomalonique ont été préparés en décomposant les carbonates par l'éther cyané. L'introduction du groupe cyanogène dans cette molécule a donc eu pour effet de rendre plus prononcée encore la propriété que possèdent cet éther, et son analogue, l'éther acétylacétique, d'échanger l'hydrogène contre des métaux, propriété mise en évidence par M. Wislicenus (3) dans son beau travail *Sur les synthèses qui ont eu pour point de départ l'éther acétylacétique*.

» Nous nous proposons de continuer l'étude de ce corps et d'en préparer les dérivés méthylés, éthylés, acétylés, etc. »

HYGIÈNE PUBLIQUE. — *Sur deux nouveaux antiseptiques : le glycéroborate de calcium et le glycéroborate de sodium.* Note de M. G. LE BON, présentée par M. Larrey. (Extrait.)

« La découverte d'un agent antiseptique puissant, et jouissant en outre de la propriété d'être très soluble, sans odeur, et nullement toxique, présenterait sans doute un intérêt considérable. Les deux corps que je présente aujourd'hui à l'Académie, le glycéroborate de calcium et le glycéroborate de sodium, jouissent des propriétés que je viens d'énumérer.

» Pour obtenir le premier, il suffit de chauffer ensemble, à une température d'environ 160° et en agitant constamment, parties égales de borate de chaux et de glycérine, et de prolonger l'opération jusqu'à ce qu'une goutte du mélange, retirée avec une baguette et posée sur une plaque de verre, donne une perle incolore, cassante et transparente comme du cristal. Si l'on coule alors le liquide sur une plaque métallique, il se prend par le refroidissement

(1) *Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. CLXXXVIII, p. 269.

(2) *Berichte der deutsch. chem. Gesellsch.*, t. XII, p. 1298.

(3) *Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. CLXXXVI, p. 182.

en masse transparente comme le verre et qui se brise facilement : il faut introduire rapidement les fragments, pendant qu'ils sont encore chauds, dans un flacon à l'émeri bien sec.

» Le glycéroborate de sodium se prépare de la même façon : on remplace simplement le borate de chaux par du borate de soude. Si l'on emploie le borate de soude fondu, c'est-à-dire anhydre, il faut 150 parties de glycérine pour 100 parties de borax.

» Ces deux corps jouissent de propriétés analogues. Ils fondent à une température d'environ 150° et sont très hygrométriques. Si on les abandonne à l'air, ils se liquéfient très rapidement, en absorbant leur poids d'eau. L'eau ou l'alcool peuvent d'ailleurs dissoudre le double de leur poids de glycéroborate.

» Même en solution étendue, les glycéroborates de calcium et de sodium sont des agents antiseptiques très puissants (1). Le glycéroborate de sodium m'ayant semblé, au point de vue thérapeutique, supérieur au glycéroborate de calcium, c'est de lui que je me suis surtout occupé.

» Au point de vue antiseptique, ce corps présente sur l'acide phénique l'avantage d'être soluble dans l'eau en toutes proportions, et surtout d'être absolument inoffensif. On peut l'appliquer à l'état concentré sur des organes aussi sensibles que l'œil, sans inconvénient.

» Au point de vue de l'hygiène, on l'emploiera utilement comme désinfectant, et pour conserver la viande ou les produits alimentaires. J'ai pu envoyer à la Plata des viandes recouvertes d'un simple vernis de glycéroborate : elles sont arrivées aussi fraîches qu'au départ.

» Au point de vue médical, on peut faire usage des solutions de glycéroborate en injections, en applications sur les muqueuses, dans les pansements chirurgicaux, dits de Lister, etc. »

---

(1) Les glycéroborates ne pouvant être employés qu'à l'état de solution, il faut, pour obtenir des solutions toujours comparables à elles-mêmes, les titrer par une analyse volumétrique. L'opération est fort simple et ne prend que quelques minutes. Le glycéroborate chauffé suffisamment peut contenir 5 pour 100 de borax anhydre. Le produit solide contient alors, en réalité, autant de borax que le borate de soude cristallisé, mais l'eau y est remplacée par de la glycérine.

HYGIÈNE PUBLIQUE. — *Sur les conditions industrielles d'une application du froid à la destruction des germes de parasites, dans les viandes destinées à l'alimentation.* Note de M. F. CARRÉ.

« Après l'importante Communication de M. Bouley concernant l'action du froid sur les trichines, il m'a paru intéressant de formuler avec précision les éléments économiques desquels dépend la solution du problème qu'il indique.

» Les grandes installations, faites depuis 1876, de mes appareils de conservation sur des bateaux, pour importer des viandes de la Plata et des poissons de diverses régions, ont permis d'établir les prix pratiques de revient, qui diffèrent peu des données théoriques.

» Un appareil d'une force de production de 300^{kg} de glace à l'heure peut opérer sur une caisse de 100^{mc}, contenant $60\,000^{kg}$ de jambons, avec une dépense de 900^{kg} de charbon et de 2 à 3^{kg} d'ammoniaque par 24^{h}, et amener son contenu à — 30°, dans l'espace de neuf jours, avec une dépense totale de 8100^{kg} de charbon et de 27^{kg} d'ammoniaque; un seul homme suffit pour conduire l'appareil.

La houille étant comptée à 35^{fr} les 1000^{kg}, et l'ammoniaque à $1^{fr},50$ le kilogramme, on aura une dépense totale de matière de	fr 324
Deux hommes par vingt-quatre heures, à 7^{fr} l'un	126
Si l'on ajoute, pour frais de chargement et de déchargement de la caisse	30
on aura une dépense totale de	480

» Ce qui met le prix de revient des 1000^{kg} à 8^{fr}, ou un peu moins de $0^{fr},01$ par kilogramme. Chacun peut ajouter à ce prix les frais d'amortissement, en les basant sur une dépense totale d'installation de $60\,000^{fr}$.

» M. Bouley, en constatant que « la viande soumise à la congélation ne » subit aucune modification après le dégel, et qu'elle reste ce qu'elle était » auparavant », aura porté le dernier coup au préjugé, aussi faux qu'accrédité, d'après lequel les viandes gelées seraient entrées en putréfaction aussitôt après le dégel. J'ai reconnu, au contraire, qu'elles se conservent alors beaucoup plus longtemps que les viandes ordinaires.

» L'usage des viandes crues, qui prête un si grand concours à la médecine, présente le danger d'ingestion d'œufs de parasites. En soumettant ces viandes pendant une heure ou deux à une température de 40° ou 50° au-dessous de zéro, ces œufs ou les parasites éclos seront détruits; elles atteindront cette température et au delà, en les plaçant dans l'alvéole de mon appareil

domestique à ammoniaque, dont le chauffage aura été fait lentement. Peut-être l'Académie jugera-t-elle qu'il y a quelques recherches à faire, relativement à l'action du froid à très basse température sur les œufs de certains parasites. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur la visibilité des points lumineux.* Note de M. AUG. CHARPENTIER [1].

« Sous le nom d'*acuité visuelle*, on a cherché depuis longtemps à déterminer le plus petit angle sous lequel il est possible de distinguer l'un de l'autre deux points lumineux voisins, ou, ce qui est plus précis, la plus petite distance pouvant exister entre les images de ces points sur la rétine, tant qu'on les perçoit séparément. J'ai pensé qu'il y aurait un intérêt plus grand à déterminer la quantité de lumière nécessaire et suffisante pour permettre de distinguer les uns des autres plusieurs points lumineux. Aussi, après avoir démontré que la quantité de lumière nécessaire à cette distinction est toujours plus considérable que celle qui suscite dans l'appareil visuel la sensation lumineuse brute et la sensation de couleur, je me suis demandé si le nombre des points, leur grandeur, leur écartement, n'intervenaient pas pour modifier cette quantité. Je ne reviendrai pas sur la méthode qui m'a servi dans ces recherches et dont j'ai exposé plusieurs fois le principe (voir notamment ma Note du 27 décembre 1880); je me contenterai d'énumérer brièvement les résultats de cette étude, résultats qui me paraissent de nature à modifier la théorie courante de la sensibilité.

» 1° *Le nombre des points lumineux n'a aucune influence* sur l'éclairement qu'il est nécessaire et suffisant de leur donner pour les faire percevoir comme distincts les uns des autres. Cet éclairement minimum est le même (toutes choses égales d'ailleurs) pour deux points que pour trois, quatre, cinq ou davantage.

» 2° L'éclairement minimum nécessaire pour la distinction de plusieurs points lumineux *ne dépend nullement de l'écartement de ces points.* Il s'est montré le même pour des écartements variant entre $0^{mm},1$ et $2^{mm},5$, l'objet étant toujours à $0^{m},20$ de l'œil. Cela correspond, sur la rétine, à des écartements compris entre 8 et 205 millièmes de millimètre : telles sont les limites de mes expériences.

» 3° Pour faire distinguer les uns des autres par un œil normal plusieurs

---

[1] Laboratoire de Physique médicale de la Faculté de Médecine de Nancy.

points lumineux (sur fond noir bien entendu), quels que soient leur nombre et leur disposition, il faut les éclairer d'autant plus que la surface de chaque point est plus petite. La relation est précise : *l'éclairement minimum est inversement proportionnel à la surface de chaque point.* Les limites de mes expériences sont les suivantes : le plus petit diamètre des points étudiés a été de $\frac{2}{10}$ de millimètre (image rétinienne, $\frac{16}{1000}$ de millimètre); le plus grand diamètre a été de $1^{mm},6$ (image rétinienne de $\frac{131}{1000}$ de millimètre).

» Pour distinguer un point lumineux des points voisins, il faut donc dans tous les cas la même quantité absolue de lumière, que cette lumière se répartisse sur un grand ou sur un petit espace, et possède, par conséquent, une clarté faible ou forte; en d'autres termes, pour produire le travail correspondant à la *distinction* d'une surface lumineuse quelconque, petite ou grande, par rapport à des surfaces lumineuses plus ou moins voisines, il faut toujours la même force vive extérieure totale.

» Cela ne peut s'expliquer, si l'on n'admet pas qu'il existe entre les éléments rétiniens une intime solidarité, soit par l'existence de nombreuses anastomoses entre eux, soit par leur dépendance mutuelle vis-à-vis de certaines cellules nerveuses ou de certains groupes de cellules qu'ils contribueraient, pour ainsi dire, à *charger*. En effet, si chacun de ces éléments était excité seulement pour son compte, il serait toujours excité par le même éclairement, tandis que l'on vient de voir que, plus il y a d'éléments contigus excités en même temps, et moins il faut de *clarté* pour les mettre en activité.

» En tout cas, ces faits sont absolument inexplicables, si l'on s'en tient à l'opinion classique qui fait de chaque cône ou de chaque bâtonnet une unité anatomique et fonctionnelle, absolument distincte des éléments semblables qui l'entourent [1].

» Il résulte des faits précédents : 1° qu'à clarté égale et pour une même distance, la visibilité des points lumineux est directement proportionnelle à leur surface ou au carré de leur diamètre; 2° qu'à clarté et dimensions égales, la visibilité des points lumineux est inversement proportionnelle au carré de leur distance à l'œil (opinion déjà soutenue par M. Javal); 3° qu'à dimensions égales et pour une même distance, la visibilité des points lumineux est directement proportionnelle à leur éclairement.

---

[1] Un récent travail de M. J. Regnaut tend à faire admettre que tous les éléments de la rétine sont largement anastomosés les uns avec les autres.

» Il est bon de dire que tout cela s'applique uniquement à des yeux exactement adaptés à la distance de l'objet et dépourvus d'astigmatisme ».

M. **Piarron de Mondesir** adresse une Note relative aux conditions dans lesquelles il lui paraîtrait désirable de reprendre les expériences de Regnault sur la loi de Mariotte.

M. **d'Abbadie**, en présentant à l'Académie une brochure de M. *Ph. Gilbert*, intitulée : « Les preuves mécaniques de la rotation de la Terre », ajoute :

« Après avoir rappelé que le cardinal de Cusa enseigna la rotation de la Terre près d'un siècle avant Copernic, et que Galilée niait la possibilité de la démontrer par des expériences, l'auteur cite Newton comme ayant prévu la déviation vers l'est des corps tombants, mais aussi vers le sud, selon Hooke. Plus d'un siècle après, l'expérience fut réalisée par Guglielmi, à Bologne, en 1791 ; par Benzenberg, à Hambourg, en 1802 et 1804; enfin par Reich, près Freiberg, en 1831.

» Tout en présentant des discordances inexpliquées, ces expériences montrent non seulement la déviation prévue vers l'est, mais encore un écart notable vers le sud ; aucune théorie ne rend compte de ce dernier résultat. Ces discordances ont été signalées par Laplace.

» Il s'en présente aussi dans le pendule tournant de Foucault, dont la théorie a exercé la sagacité de plusieurs savants, dans notre Académie et ailleurs. Après avoir signalé le dernier travail théorique et expérimental fait sur ce pendule à Gröningue, en 1879, par M. Onnes, l'auteur décrit le gyroscope de Foucault et cite les appareils de Fessel, de MM. G. Sire, Hardy et Gruey ; enfin, M. Gilbert décrit le barogyroscope de son invention, qui a fonctionné avec succès devant quelques-uns de nos confrères. Indiqué par la théorie, cet instrument prouve aussi la rotation du globe terrestre ; il est surtout un témoignage des progrès de l'Analyse mathématique. »

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures. D.